



ISSN 1998-8621

# ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

## МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

№ 2(22) 2013



*Tomsk State University*  
**Journal of Mathematics and Mechanics**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

---

**ВЕСТНИК  
ТОМСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УНИВЕРСИТЕТА**

**МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА**

TOMSK STATE UNIVERSITY  
JOURNAL OF MATHEMATICS AND MECHANICS

---

---

*Научный журнал*

---

---

**2013**

**№ 2(22)**

Свидетельство о регистрации: ПИ № ФС77-30658  
от 20 декабря 2007 г.



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИКА

<b>Бухтяк М.С., Никulichиков А.В.</b> Моделирование деформации сотовой панели .....	5
<b>Дьяченко Е.Н.</b> Аналитическая верификация моделей седиментации, основанных на методе дискретных элементов .....	17
<b>Кайгородов Е.В.</b> О двух классах хопфовых абелевых групп.....	22
<b>Колесников И.А.</b> Отображение на круговой счетноугольник с симметрией переноса.....	33
<b>Пчелинцев В.А.</b> Об одном функционале на классе пар функций .....	44
<b>Рацев С.М., Череватенко О.И.</b> О некоторых многообразиях алгебр Лейбница – Пуассона с экстремальными свойствами .....	57

### МЕХАНИКА

<b>Дементьев А.А., Крайнов А.Ю.</b> Исследование влияния относительного движения взвеси инертных частиц на скорость фронта горения газовой смеси .....	60
<b>Есина З.Н., Мурашкин В.В., Корчуганова М.Р.</b> Прогнозирование температуры вспышки бинарных смесей по данным о коэффициентах активности .....	67
<b>Колмакова Т.В.</b> Деформационное поведение модельных образцов компактной ко-стной ткани, отличающихся расположением коллагено-минеральных волокон.....	79
<b>Севастьянов Н.Н.</b> Концепция построения системы ориентации и управления дви-жением спутника связи «Ямал». Штатная схема функционирования .....	85
<b>Федулов Р.В., Шишкин А.С.</b> Наведение оптической аппаратуры малого космиче-ского аппарата дистанционного зондирования .....	97
<b>Шахтин А.А.</b> Численный метод расчета суперкаверн .....	105

### МЕМОАРИ, ПАМЯТНЫЕ ДАТЫ, ПЕРСОНАЛИИ

Научно-педагогическая деятельность профессора Л.В. Комаровского в Томском государственном университете .....	110
СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ .....	122

УДК 629.78.001

Н.Н. Севастьянов

## КОНЦЕПЦИЯ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМЫ ОРИЕНТАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ СПУТНИКА СВЯЗИ «ЯМАЛ». ШТАТНАЯ СХЕМА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

Выбрана концепция построения системы ориентации и управления движением спутника «Ямал» на основе новых научно-технических подходов, заключающихся в создании бесплатформенных инерциальных навигационных систем и цифровых управляющих машин. Применение концепции БИНС и бортовой ЦВМ обуславливает создание развитой автономной диагностики работоспособности аппаратуры системы управления и контроля.

**Ключевые слова:** системы ориентации, инерциальные навигационные системы, инерционные маховики, кватернионы.

Технические требования, предъявленные при разработке системы ориентации и управления движением спутника «Ямал», сформированные в 1995 году при начале работ по этому спутнику, соответствовали традиционным характеристикам, принятым для современных спутников связи. Во-первых, точность наведения контурных антенн ретранслятора относительно осей орбитальной системы координат (ОСК) должна быть не хуже 10 угл. мин (углы тангажа и рысканья) и не хуже 30 угл. мин по углу курса. Во-вторых, точность удержания положения космического аппарата (КА) в его точке стояния на геостационарной орбите должна быть не хуже 5–10 угл. мин. При выборе концепции построения системы было принято, что решение второй задачи – точного удержания спутника в точке стояния – рационально осуществить традиционным способом: точные навигационные измерения орбиты спутника обеспечивает Земля, т.е. наземный комплекс управления (НКУ), он же рассчитывает необходимые маневры изменения орбиты спутника для этой цели [1–3]. Бортовой комплекс управления (БКУ) реализует заданные НКУ маневры путем включения реактивных двигателей (РД), изменяющих движение спутника. При этом, традиционно, ввиду малой величины тяги РД, особенно при использовании электрореактивных ионных двигателей, НКУ рассчитывает ускорения от работы РД и формирует установки для маневра в виде времени включения двигателей. Эти данные используются БКУ при автономном управлении при исполнении маневров. Однако при решении первой задачи – ориентации спутника – было решено использовать новые научно-технические подходы к построению системы ориентации и управления движением, уже апробированные и показавшие свою перспективность при создании в РКК «Энергии» транспортных пилотируемых кораблей «Союз-Т/ТМ», грузовых кораблей «Прогресс-М/М1» и станции «Мир» [1].

В основе этих новых подходов лежит концепция построения задач ориентации и управления движением на основе бесплатформенных инерциальных навигационных систем (БИНС) и цифровых управляющих машин. Управление на принципах корректируемой БИНС строится таким образом, что инерциальными средствами моделируется и определяется требуемое положение ориентации или траектории движения КА.

Датчики ориентации или относительного движения используются для корректирования моделируемого средствами БИНС движения. Само же управление строится на основе информации по углам, угловым скоростям, линейным и скоростным координатам, получаемым инерциальными средствами. Это позволяет получить существенно более высокое качество управления, определяемое, в том числе, и высоким качеством инерциальной информации (высоким разрешением, низким уровнем шумов, временных запаздываний и т.п.).

Использование бесплатформенных ИНС для управления в космосе дает ряд дополнительных преимуществ. В первую очередь, это позволяет минимизировать приборный состав и соответственно вес и потребление системы: в ее составе необходимы только инерциальные датчики БИНС (датчики угловой скорости и акселерометры) и датчики первичной информации (ориентации, относительного движения). Инерциальные датчики устанавливаются прямо на корпус изделия (как и в схемах прямого управления), но при этом реализуется полная инерциальная система, эквивалентная по своим функциям сложным и громоздким гироскопическим платформам. Требования к используемым датчикам первичной информации могут быть существенно упрощены за счет появляющихся алгоритмических возможностей системы, можно сократить количество датчиков ориентации, отказаться от свободных гироскопов и т.п. Резервирование аппаратуры БИНС может быть выполнено существенно более экономным образом: от минимальной схемы резервирования (четыре измерительных канала относительно исходных трех) до схемы из шести измерительных каналов, обладающей способностью сохранять работоспособность до трех произвольных отказов.

Применение концепции БИНС и бортовой ЦВМ создают условия для создания развитой автономной диагностики работоспособности аппаратуры системы управления и контроля, выполняемых системой режимов управления, основанного на сравнении модельного и реального движений, что необходимо для повышения надежности работы системы. С точки зрения построения процессов регулирования БИНС позволяет разделить управление на два контура: кинематический – построение требуемых опорных базисов, и динамический, описывающий процесс стабилизации в выбранном опорном базисе.

### 1. Кинематический контур ориентации

Общая структурная схема кинематического контура системы ориентации спутника связи «Ямал-100» (этот спутник явился базовой платформой для последующих спутников «Ямал-200») показана на рис. 1.

Для пояснения принципов работы этого контура введем следующие системы координат (базисы) и их обозначения [1]:

- геоцентрическую экваториальную инерциальную систему координат  $I_γ$ , оси которой расположены следующим образом:  $i_1$  – по линии весеннего равноденствия,  $i_3$  – направлена на северный полюс и  $i_2$  – дополняет систему координат до правой;
- орбитальную систему координат  $Q$ , такую, что  $q_1$  – направлена по геоцентрическому радиусу-вектору от центра Земли,  $q_2$  – по направлению орбитального движения,  $q_3$  – нормально к плоскости орбиты;
- направление на Солнце  $-s_1$ , другие оси могут быть расположены произвольно или доопределены.

Можно считать солнечную систему координат инерциальной, так как вращение оси  $s_1$  в пространстве происходит с угловой скоростью годового движения

Земли, т.е. примерно 1 угл. градус в сутки. Орбитальная система координат вращается с угловой скоростью вращения Земли  $\omega^0$  равной  $7,292116 \cdot 10^{-5}$  рад/с или  $15$  (угл. град/ч) =  $15$  (угл. мин/мин) =  $15$  (угл. с/с).

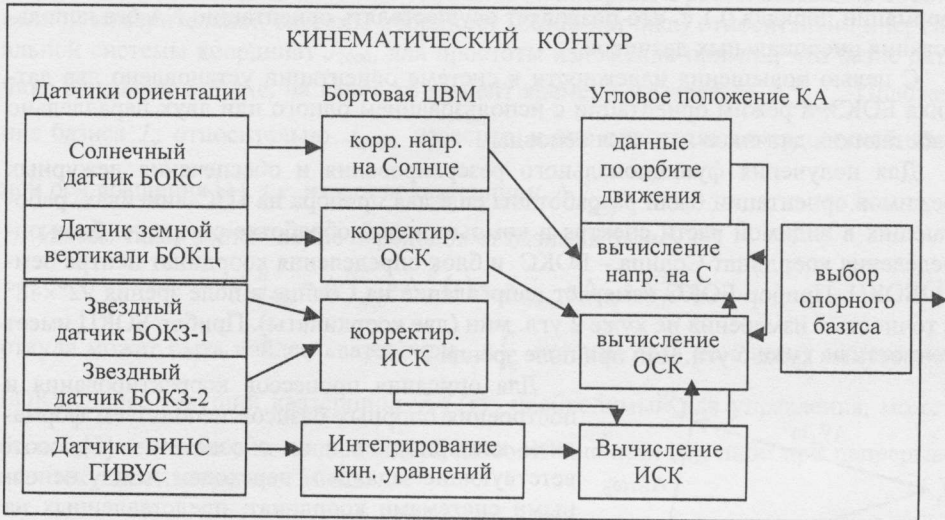


Рис. 1. Кинематический контур построения ориентации КА «Ямал»

Заметим, что все описываемые далее датчики и исполнительные органы системы ориентации были специально заказаны для КА «Ямал», поскольку в то время не было аппаратуры, работающей в открытом космосе и с требуемым высоким ресурсом функционирования.

В качестве инерциальных датчиков угловой скорости НИИ ПМ был заказан прибор ГИВУС (гироскопический измеритель угловой скорости) на основе высокоточного поплавкового гироскопа. Прибор содержал 4 измерительных оси, расположенные по диагоналям куба; диапазон точного измерения угловых скоростей  $\pm 0,4$  угл.град/с, уходы не более  $10^{-3}$  угл. град./ч, дискрет измеряемого угла поворота 0,3 угл. сек. Все четыре измерительных оси были сделаны с независимой электроникой так, чтобы при любом отказе обеспечить возможность измерения трех пространственных компонент угловой скорости.

В качестве оптических датчиков ориентации на КА «Ямал» был впервые в отечественной практике применен широкоугольный звездный датчик с использованием ПЗС-матриц для приема оптического изображения звездного неба и его компьютерной обработки (блок определения координат звезд – БОКЗ). БОКЗ позволяет определять ориентацию практически при любом положении КА относительно инерциальной системы координат J-2000, в которой задан каталог координат всех звезд. За счет достаточно широкого поля зрения (8 угл.град.) прибор может визировать более 3-х звезд и, тем самым, определять три угловые координаты (правда, с различной точностью, самая большая погрешность получается по оптической оси датчика. Точность измерения датчика по двум осям не хуже 1 угл. мин, по оптической оси – не хуже 3 угл. мин.

Появление такого датчика можно рассматривать как революцию в задачах ориентации космических аппаратов: датчик определяет полную (трехосную) ори-

ентацию, имеет предельно достижимую точность и может работать на любой орбите. Именно это направление получило максимально широкое развитие в современном космическом приборостроении. Современные западные датчики имеют более высокую точность, ресурс работы не менее 15 лет, время обновления информации порядка 0,1 с, что позволяет осуществлять ориентацию КА без использования инерциальных датчиков.

С целью повышения надежности в системе ориентации установлено два датчика БОКЗ, и режим ориентации с использованием одного или двух параллельно работающих датчиков является основным.

Для получения функционального резервирования и обеспечения дежурных режимов ориентации были разработаны ещё два прибора на ПЗС-линейках, работающих в видимой части спектра и компьютерной обработке сигналов: блок определения координат Солнца – БОКС и блок определения координат центра Земли БОКЦ. Прибор БОКС измеряет направление на Солнце в поле зрения  $92^\circ \times 48^\circ$  с точностью измерения не хуже 2 угл. мин (две координаты). Прибор БОКЦ имеет точность не хуже 5 угл. мин при поле зрения  $2^\circ \times 2^\circ$ .

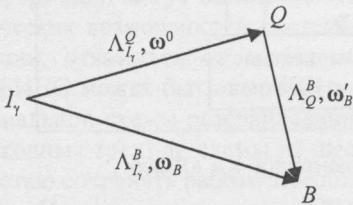


Рис. 2. Системы координат, кватернионы и угловые скорости

Для описания процессов корректирования и построения опорных базисов используем формализм кватернионов и их обозначения [5], соответствующие заданным переходам между основными системами координат, представленных на рис. 2.

Опорных базисов, в которых необходимо ориентировать КА, всего два. Это либо инерциальный, которым, в частности, является направление на Солнце, либо вращающийся – ОСК, в котором осуществляется штатная ориентация КА. Для выполнения ориентации в инерциальной системе координат нужно иметь текущую (непрерывную) информацию о положении базиса  $B$  относительно этой инерциальной системы координат; для ориентации в ОСК нужно иметь текущую информацию о положении  $B$  относительно  $Q$ , т.е. кватернион  $\Lambda_Q^B$ .

Рассмотрим вычислительные процедуры определения текущих кватернионов.

### 1.1. Приведение к неподвижному базису

В связанном с КА базисе  $B$  измеряется угловая скорость его вращения  $\omega_B$  и путем численного интегрирования кинематических уравнений (задача БИНС)

$$2\dot{\Lambda}_{I^*}^B = \Lambda_{I^*}^B \circ \omega_B, \quad \Lambda_{I^*}^B = \Lambda_{I^*}^B(t) \quad (1)$$

определяется текущий кватернион, задающий положение  $B$  относительно некоторого инерциального базиса  $I^*$ , совпадающего с  $B$  на момент начала интегрирования (при единичных начальных условиях). Положение базиса  $I^*$  относительно других инерциальных базисов неизменно (здесь мы пока не учитываем уход БИНС), поэтому задача нахождения текущего кватерниона относительно заданного инерциального базиса, к примеру  $I_\gamma$ , решается разовым вычислением этого постоянного кватерниона взаимного положения:

$$\Lambda_{I_\gamma}^B(t) = \Lambda_{I_\gamma}^{I^*} \circ \Lambda_{I^*}^B(t), \quad \Lambda_{I_\gamma}^{I^*} = \text{const.} \quad (2)$$

Существует два способа определения положения: выставка и корректирование.

Выставка осуществляется как разовая операция при наличии полной информации о положении базисов. Такую информацию дает датчик БОКЗ, рассмотрим более детально этот процесс. БОКЗ определяет кватернион рассогласования собственной измерительной системы координат (базис датчика) относительно инерциальной системы координат  $J_{2000}$ , для простоты изложения примем, что базис датчика совпадает с  $B$ , т.е. на какой-то момент времени измеряется  $\Lambda_{J_{2000}}^B$ . Положение базиса  $I_\gamma$  относительно  $J_{2000}$  известно, и оно определяется прецессией земной оси вращения [1], т.е. известен кватернион  $\Lambda_{J_{2000}}^{I_\gamma}$ .

Имеем такое соотношение переходов от базиса к базису [5]

$$\Lambda_{J_{2000}}^B = \Lambda_{J_{2000}}^{I_\gamma} \circ \Lambda_{I_\gamma}^B(t) = \Lambda_{J_{2000}}^{I_\gamma} \circ \Lambda_{I_\gamma}^{I_\gamma^*} \circ \Lambda_{I_\gamma^*}^B(t), \quad (3)$$

откуда может быть найден кватернион  $\Lambda_{I_\gamma}^{I_\gamma^*}$  по сути дела по одному измерению БОКЗ. Далее текущий кватернион  $\Lambda_{I_\gamma}^B(t)$ , необходимый для управления, может быть получен либо с помощью БИНС по соотношениям (2), либо при непрерывных текущих измерениях БОКЗ:

$$\Lambda_{I_\gamma}^B(t) = \tilde{\Lambda}_{J_{2000}}^{I_\gamma} \circ \Lambda_{J_{2000}}^B(t). \quad (4)$$

Если известно положение базиса  $I_\gamma$  т.е.  $\Lambda_{I_\gamma}^B(t)$ , относительно которого положение Солнца также хорошо известно (обозначим его вектором-отображением  $S_{I_\gamma}$ ), то можно вычислительной процедурой определить положение Солнца в связанной системе координат  $B$ :

$$S_B = \tilde{\Lambda}_{I_\gamma}^B(t) \circ S_{I_\gamma} \circ \Lambda_{I_\gamma}^B = \Lambda_B^{I_\gamma} \circ S_{I_\gamma} \circ \Lambda_{I_\gamma}^B, \quad (5)$$

по которому можно выполнять приведение заданной оси КА к этому направлению.

Отсюда видно, какими уникальными возможностями обладает звездный датчик.

Рассмотрим далее процесс корректирования. В отличие от процесса выставки, происходящего в виде однократных вычислительных операций, корректирование – это непрерывный процесс приведения (совмещения) базисов, происходящий с некоторой угловой скоростью, формируемой, когда недоступна информация точных измерений.

Пусть методами БИНС формируется в пространстве модельное направление на Солнце  $s^*$  и этому вектору сообщается угловая скорость корректирования направления  $\Omega_k$  и пусть имеется реальное направление  $s$ , измеряемое, например, датчиком Солнца. Задача состоит в определении вида векторной функции  $\Omega_k$ , которая должна обеспечить устойчивый процесс приведения и совмещения модельного направления с истинным. Воспользуемся методом Ляпунова: введем положительно определенную функцию  $U = 1 - s \cdot s^*$ , которая положительно определена и обращается в нуль при совмещении рассматриваемых направлений. Изменения этих векторов (уравнения движения) будут такими:

$$\frac{ds}{dt} = 0, \quad \frac{ds^*}{dt} = \Omega_k \times s^*.$$



Производная от функции  $U$  в силу этих уравнений движения будет иметь вид

$$\frac{dU}{dt} = s \cdot (\Omega_k \times s^*) = [s, \Omega_k, s^*] \quad (6)$$

– смешанного произведения. Знакопостоянность производной (6) достигается, если векторы  $s, \Omega_k, s^*$  образуют некомпланарную тройку. Очевидно, что угловое рассогласование векторов  $s, s^*$  может быть определено их векторным произведением  $s \times s^* = \delta$ , и если взять скорость коррекции в виде

$$\Omega_k = -f(\delta), \text{ такое, что } f(\delta) \cdot \delta \geq 0, \quad (7)$$

то получим знакопостоянную функцию производной. Таким образом, управление (7) обеспечивает устойчивое приведение моделируемого направления к истинному. Тем самым, ориентацию на Солнце можно выполнить такими способами:

- путем построения базиса  $I_\gamma$  и наведением на расчетное положение Солнца,
- используя датчик БОКС, построить инерциальную модель направления на Солнце,
- выполнить прямое управление по сигналам БОКС.

Можно показать далее, что управление такого же типа выполняет приведение одного корректируемого базиса (с помощью угловой скорости приведения  $\Omega_k$ ) к другому, если вместо  $\delta$  использовать векторную часть кватерниона рассогласования между приводимым и исходным базисами. Действительно, пусть задан исходный инерциальный базис  $I$  и его модель  $I^*$  и пусть модель имеет угловую скорость коррекции  $\Omega_k$ , тогда кватернион поворота от одного базиса к другому  $\Lambda_{I^*}^I$  будет изменяться в соответствии с таким кинематическим уравнением:

$$2\dot{\Lambda}_{I^*}^I = \Lambda_{I^*}^I \circ \Omega_k. \quad (8)$$

Выберем функцию Ляпунова в виде

$$U = 1 - \lambda_0^2 = \lambda \cdot \lambda. \quad (9)$$

Здесь  $(\lambda_0, \lambda)$  – скалярная и векторная части кватерниона  $\Lambda_{I^*}^I$ , она везде положительна, кроме точки совпадения базисов. Производная от (9) в силу уравнений (8) будет равна

$$\frac{dU}{dt} = -2\lambda_0 \dot{\lambda}_0 = \lambda_0 (\lambda \cdot \Omega_k),$$

т.е. управление типа (8) или же

$$\Omega_k = -f(\lambda_0)(\lambda \cdot f(\lambda)), \quad (10)$$

где

$$\lambda \cdot f(\lambda) \geq 0, \quad \lambda_0 f(\lambda_0) \geq 0 \quad (11)$$

– обеспечивает приведение модельного базиса к инерциальному. Вид функций (7) или (11) – достаточно широкий, вплоть до того, что нужно знать в какую сторону нужно организовать движение – и это обеспечивает совмещение базисов.

## 1.2. Приведение к вращающемуся базису

Таким вращающимся базисом является ОСК и ориентация в этом базисе является основным видом ориентации спутника связи. Расчетное положение ОСК в инерциальном базисе  $I_\gamma$  может быть вычислено по баллистическим данным по

орбите КА. Если задано орбитальное движение КА в виде  $r(t)$  и  $v(t)$ , то оси ОСК определяются следующим образом:

$$q_1 = r/r, q_3 = (r \times v)/|r \times v|, q_2 = q_3 \times q_1. \quad (12)$$

Задавая тем или иным образом орбиту движения, можно построить вычислительный процесс формирования текущего положения ОСК относительно  $I_\gamma$ , т.е. получить  $\Lambda_{I_\gamma}^Q(t)$ . Требуемый для ориентации текущий кватернион  $\Lambda_{I_\gamma}^B(t)$  получается таким образом (рис. 2):

$$\Lambda_{I_\gamma}^B(t) = \tilde{\Lambda}_{I_\gamma}^Q(t) \circ \Lambda_{I_\gamma}^B(t), \quad (13)$$

где текущий кватернион определяется процедурой (2), описанной выше. Данный алгоритм опирается на выставку БИНС с помощью БОКЗ, положение ОСК вычисляется – этот метод является основным и самым высокоточным.

Резервным режимом построения ОСК является режим с использованием датчика БОКЦ –построителя местной вертикали, с помощью этой информации также можно осуществить ориентацию в ОСК, т.е. построить методами БИНС модель ОСК, приводимую к истинной ОСК за счет корректирования.

Рассмотрим две ОСК: истинную  $Q$  и её модель  $Q^*$ , движение которых будем описывать кватернионами  $\Lambda_{I_\gamma}^Q$  и  $\Lambda_{I_\gamma}^{Q^*}$  – заметим, что модель ОСК можно задать только относительно какого-то инерциального (неизвестного) базиса. Кинематические уравнения изменения рассматриваемых кватернионов будут следующими:

$$2\dot{\Lambda}_{I_\gamma}^Q = \Lambda_{I_\gamma}^Q \circ \omega_Q^0 = \omega_{I_\gamma}^0 \circ \Lambda_{I_\gamma}^Q, \quad 2\dot{\Lambda}_{I_\gamma}^{Q^*} = \Lambda_{I_\gamma}^{Q^*} \circ (\omega_{Q^*}^{*0} + \Omega_{kQ^*}) = (\omega_{I_\gamma}^{*0} + \Omega_{kl^*}) \circ \Lambda_{I_\gamma}^{Q^*}, \quad (14)$$

здесь  $\omega_Q^0$  в первом уравнении – орбитальная угловая скорость вращения ОСК, происходящего по третьей его оси  $q_3$ , т.е.  $\omega_Q^0 = (0, 0, -\omega^0)$ . Второе уравнение, описывающее движение моделирующего ОСК базиса, должно иметь такую же орбитальную скорость  $\omega_{Q^*}^{*0} = (0, 0, -\omega^{*0})$ , возможно отличающуюся по величине (неточность моделирования), кроме того в уравнении присутствует угловая скорость корректирования модельного базиса в проекциях на оси модельной системы координат, которую необходимо определить. Нам удобно будет для построения процесса корректирования рассматривать относительное движение двух базисов: модельного и истинного. Введем кватернион расстояния между ними (опустим для удобства индексы в этом кватернионе)

$$\Lambda = \Lambda_{I_\gamma}^{Q^*} \circ \tilde{\Lambda}_{I_\gamma}^Q \circ \Lambda_{I_\gamma}^{I^*} \circ \Lambda_{I_\gamma}^Q = \Lambda_{I_\gamma}^{I^*} \circ \Lambda_{I_\gamma}^Q \circ \Lambda_{I_\gamma}^{Q^*}.$$

Дифференцируя это равенство и подставляя производные от переменных кватернионов согласно равенствам (14), получаем

$$2\dot{\Lambda} = \Lambda \circ (\omega_{Q^*}^{*0} + \Omega_{kQ^*}) - \omega_Q^0 \circ \Lambda. \quad (15)$$

Из этого уравнения видно, что при отсутствии коррекции относительное движение представляет собой соединение двух плоских вращений (угловые скорости

постоянны по направлениям вращений в инерциальном базисе) с двумя орбитальными скоростями, определяемые начальными условиями. В частном случае совпадения базисов в начальный момент времени и равенстве угловых скоростей орбитального вращения  $\Lambda = 1$  является решением этого уравнения.

Датчик БОКЦ определяет направление местной вертикали  $q_1$  в связанных осях КА. При этом связанный базис с установленным в нем датчиком процессом динамической стабилизации совмещается с модельным базисом  $Q^*$ . Процесс корректирования должен содержать ряд последовательных этапов, первые из которых – поиск Земли полем зрения БОКЦ, а затем приведение оси  $q_1^*$  к  $q_1$ .

Задача поиска может выполняться либо заданием базису  $Q^*$  поисковой скорости, либо путем постоянной ориентации на Солнце осью, противоположной оси поля зрения БОКЦ. Во время, близкое к местному полдню, БОКЦ должен «захватить» Землю.

Приведение (совмещение) осей – задача одноосной ориентации – получается при задании скоростей коррекции в виде функций типа (7), (11) от сигналов датчика. При выборе  $|\Omega_k| \gg |\omega_{Q^*}^{*0}| + |\omega_Q^0|$  совмещение осей выполняется при любом виде разности орбитальных угловых скоростей соотношения (15):

$$\omega_{Q^*}^{*0} \circ \Lambda - \Lambda \circ \omega_Q^0. \quad (16)$$

Однако наличие переносных угловых скоростей (16) приведет к тому, что процесс корректирования может закончиться только в одном положении, а именно, при совпадении базисов  $Q^*$  с  $Q$  (или же  $I^*$  с  $I_\gamma$ ); в этом положении разность (16) исчезает по всем трем компонентам при равенстве  $\omega_{Q^*}^{*0} = \omega_Q^0$ , при неравенстве остается  $\Omega_{k3} = \omega_{Q^*}^{*0} - \omega_Q^0$  и значение модельно угловой скорости вращения базиса  $\omega_{Q^*}^{*0}$  может быть сделано равным  $\omega_Q^0$  с помощью интегральной оценки сигнала коррекции  $\Omega_{k3}$ .

Поясним сказанное рассмотрением процесса корректирования (15) при условии совмещения осей  $q_1^*$  с  $q_1$ . Очевидно, что компоненты кватерниона рассогласования  $\Lambda = (\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$  базисов  $Q^*$  и  $Q$  будут иметь составляющие  $(\lambda_2, \lambda_3)$  – малыми.

Положим для упрощения изложения равенство величин  $\omega_{Q^*}^{*0} = \omega_Q^0 = \omega^0$  и учтем, что при этом  $\omega_{Q^*}^{*0} \circ \Lambda = \Lambda \circ \omega_Q^0$ . Распишем далее уравнения корректирования (15) в виде системы скалярных уравнений для компонент кватерниона (имея в виду, что в задаче совмещения осей  $q_1^*$  с  $q_1$  скорость коррекции  $\Omega_{k1} = 0$  по определению):

$$\begin{aligned} 2\dot{\lambda}_0 &= -\lambda_2\Omega_{2k} - \lambda_3\Omega_{3k} & 2\dot{\lambda}_2 &= \lambda_0\Omega_{2k} - \lambda_1\Omega_{3k} + 2\lambda_1\omega^0 \\ 2\dot{\lambda}_1 &= \lambda_2\Omega_{3k} - \lambda_3\Omega_{2k} - 2\lambda_2\omega^0 & 2\dot{\lambda}_3 &= \lambda_0\Omega_{3k} + \lambda_1\Omega_{2k} \end{aligned}, \quad (17)$$

и рассмотрим линейную коррекцию в виде функций

$$\Omega_{2k} = -k\lambda_0\lambda_2, \quad \Omega_{3k} = -k\lambda_0\lambda_3. \quad (18)$$

Подставляя (18) в уравнение (17), получаем

$$\begin{aligned} 2\dot{\lambda}_0 &= k\lambda_0(\lambda_2^2 + \lambda_3^2) & 2\dot{\lambda}_2 &= k\lambda_0(\lambda_1\lambda_3 - \lambda_0\lambda_2) - 2\lambda_1\omega^0 \\ 2\dot{\lambda}_1 &= 2\lambda_2\omega^0 & 2\dot{\lambda}_3 &= -k\lambda_0(\lambda_1\lambda_2 + \lambda_0\lambda_3) \end{aligned} \quad (19)$$

Из этих уравнений следует, во-первых, что при сильной коррекции приведения оси вертикали, т.е. условия  $|\Omega_k| \gg |\omega_Q^{*0}| + |\omega_Q^0|$ , угловые параметры  $\lambda_2, \lambda_3$  будут малыми величинами и первые два уравнения для  $\lambda_0, \lambda_1$  показывают, что угол поворота по оси  $q_1$  в первом приближении не меняется. Если учитывать первые порядки малых величин в уравнении (19), то имеет смысл перейти к средним оценкам переменных; так, средние значения производных  $\dot{\lambda}_2, \dot{\lambda}_3$  можно принять равными нулю. Тогда из двух последних уравнений (19) для средних значений малых величин получаем такие соотношения:

$$\lambda_3 = -\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_0}, \quad \lambda_2 = -\frac{2\omega^0\lambda_1}{k(\lambda_0^2 + \lambda_1^2)} \approx -\frac{2\omega^0}{k}\lambda_1.$$

Второе уравнение (19) при подстановке полученного выражения будет описывать процесс изменения компоненты  $\lambda_1(t)$ :

$$\dot{\lambda}_1 = -\frac{2(\omega^0)^2}{k}\lambda_1, \quad \text{т.е.} \quad \lambda_1(t) = \lambda_1^0 \exp\left(-\frac{2(\omega^0)^2}{k}t\right),$$

т.е. происходит уменьшение угла и совмещение базисов.

Имеет смысл рассмотреть поведение системы (процесс корректирования) в малых отклонениях от положения ориентации:

$$2\dot{\lambda}_1 = 2\omega^0\lambda_2, \quad 2\dot{\lambda}_2 = -k\lambda_2 - 2\omega^0\lambda_1, \quad 2\dot{\lambda}_3 = -k\lambda_3. \quad (20)$$

Можно видеть, что процесс по компоненте  $\lambda_3$  происходит независимо, а приведение по двум другим координатам связано орбитальным вращением (эффект гирокомпасирования), который можно ускорить введением так называемой перекрестной коррекции, получаемой добавлением в первое уравнение

$$h\lambda_1 \left( \dot{\lambda}_1 = \left( \omega^0 + \frac{h}{2} \right) \lambda_2 \right).$$

Тогда характеристическое уравнение процесса приведения по двум координатам и его корни будут иметь вид

$$p^2 + \frac{k}{2}p + \omega^0 \left( \omega^0 + \frac{h}{2} \right) = 0, \quad p_{1,2} = -\frac{k}{4} \pm \sqrt{\frac{k^2}{16} - \omega^0 \left( \omega^0 + \frac{h}{2} \right)},$$

– т.е. приведение устойчиво, выбором  $k, h$  можно получить требуемый вид процесса.

На этом можно завершить рассмотрение кинематического контура ориентации, обеспечивающего построение требуемых режимов несколькими функционально различными способами, что необходимо для выполнения требований обеспечения надежности системы.

## 2. Динамический контур управления (контур стабилизации)

Динамический контур управления имеет дело с управляющими моментами, воздействующими на КА и вызывающими изменения его угловой скорости вращения. Управляющие моменты создаются либо за счет внешних (реактивных) сил, либо за счет инерционных маховиков [2–4]. Структурная схема динамического контура представлена на рис.3.

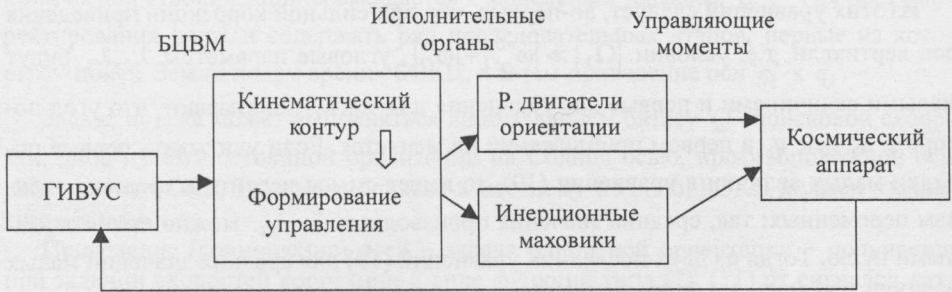


Рис. 3. Структурная схема динамического контура управления

Основными исполнительными органами ориентации были инерционные маховики, разработанные НИИКП (г. Санкт-Петербург). Максимальный кинетический момент одного маховика был 18 н·м·с, максимальный управляющий момент – 0,1 н·м. В системе было установлено 4 маховика (три – по осям КА, четвертый – резервный по биссектрисе).

В качестве микрореактивных двигателей были использованы простейшие 12 газовых РД, работающие на сжатом газе – ксеноне, эти МРД использовались только на начальном этапе – гашения угловых скоростей после отделения от РН и начальной солнечной ориентации. Этот же газ использовался как основное рабочее тело для электрореактивных двигателей коррекции орбиты КА. Все остальные режимы выполнялись исключительно с помощью инерционных маховиков, разгрузка кинетического момента которых выполнялась при осуществлении маневров коррекции орбиты.

Для пояснения основных принципов работы динамического контура рассмотрим основные уравнения вращательного движения КА и формирование устойчивого управления, обеспечивающего процесс стабилизации. Такими уравнениями являются уравнения изменения полного кинетического момента КА в связанной системе координат:

$$G_B = J_{BB}\omega_B + H_B, \quad H_B = \sum_{i=1}^4 I_i \omega_i, \quad (21)$$

где  $J_{BB}, \omega_B$  – тензор инерции КА и вектор угловой скорости в связанных осях (с учетом маховиков),  $H_B$  – кинетический момент инерционных маховиков ( $I_i, \omega_i$  моменты инерции и относительные угловые скорости вращения маховиков). Имеем следующие уравнения:

$$\dot{G}_B + \omega_B \times G_B = M_d + M_{p,d}, \quad (22)$$

где  $M_d, M_{p,d}$  – внешние возмущающие и управляющие от МРД моменты. Под-

ставляя соотношения (21) в уравнения (22), с учетом постоянства тензора инерции в связанных осях, получим

$$J_{BB} \dot{\omega}_B + \dot{H}_B + \omega_B \times (J_{BB} \omega_B + H_B) = M_d + M_{p.d.} \quad (23)$$

Величина  $\dot{H}_B = -M_{и.м}$  – также является управляющим моментом, получаемым от ускорения инерционных маховиков. Рассмотрим сначала задачу стабилизации в инерциальной системе координат; введем функцию Ляпунова в виде кинетической энергии вращательного движения:

$$T = \frac{1}{2} \omega_B \cdot J_{BB} \cdot \omega_B = \frac{1}{2} (J_1 \omega_{B1}^2 + J_2 \omega_{B2}^2 + J_3 \omega_{B3}^2) \quad (24)$$

Можно видеть, что эта функция везде положительна, кроме состояния абсолютного покоя, где она обращается в нуль. Производная от этой функции с учетом (22) будет равна

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= (J_1 \omega_{B1} \cdot \dot{\omega}_{B1} + J_2 \omega_{B2} \cdot \dot{\omega}_{B2} + J_3 \omega_{B3} \cdot \dot{\omega}_{B3}) = \\ &= (J_{BB} \cdot \dot{\omega}_B) \cdot \omega_B = (M_{p.d.} + M_{и.м}) \cdot \omega_B, \end{aligned} \quad (25)$$

здесь мы учитываем только управление, тогда как  $M_d$  – остается возмущением, которое оказывается существенно меньше управления [1] и при начальных оценках может не учитываться.

Из вида этой производной следует выбор управления в виде отрицательно определенной функции от угловой скорости и углового рассогласования  $N(v_0, v_1, v_2, v_3)$  от выбранной опорной системы координат:

$$\begin{aligned} M_{p.d.} &= F_{p.d.}(\omega_B + f(v_0 \mathbf{v})), \quad M_{и.м} = F_{и.м}(\omega_B + f(v_0 \mathbf{v})) \\ F_{p.d.}(\omega_B + f(v_0 \mathbf{v})) \cdot \omega_B &\leq 0, \quad F_{и.м}(\omega_B + f(v_0 \mathbf{v})) \cdot \omega_B \leq 0 \end{aligned} \quad (25)$$

где кинематическая функция может быть взята согласно условиям (10), (11).

Этот результат можно распространить на вращающуюся с постоянной угловой скоростью опорную систему координат, как например ОСК, имеющую угловую скорость вращения  $\omega_Q^0 = (0, 0, \omega^0)$ . Можно повторить проделанные рассуждения, если вместо абсолютной скорости  $\omega_B$  ввести относительную скорость  $\omega'_B = \omega_B - \omega_Q^0$ , и использовать кватернион рассогласования  $N(v_0, v_1, v_2, v_3)$ , описывающий переход от опорного базиса к связанной системе координат КА.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бранец В.Н., Севастьянов Н.Н., Федулов Р.В. Лекции по теории систем ориентации, управления движением и навигации космических аппаратов: учеб. пособие. Томск: ТГУ, 2013. 316 с.
2. Севастьянов Н.Н. Бранец В.Н. Система управления спутника связи «Ямал-100»: доклад на VII Санкт-Петербургской Международной конференции по интегрированным навигационным системам, 29–31 мая 2000 г., Санкт-Петербург. С. 7–11.
3. Семенов Ю.П., Севастьянов Н.Н., Бранец В.Н. Российский спутник связи нового поколения «Ямал» // Ракетно-космическая техника: труды РКК «Энергия» имени С.П. Королева (Расчет, проектирование, конструирование и испытания космических систем). Королев, 2002. Серия XII. Вып. 1. С. 5–6.

4. *Севастьянов Н.Н., Бранец В.Н., Орловский И.В. и др.* Бортовой комплекс управления спутника связи «Ямал» // Ракетно-космическая техника: Труды РКК «Энергия» имени С.П. Королева (Расчет, проектирование, конструирование и испытания космических систем). Королев, 2002. Серия XII. Вып. 1. С. 7–15.
5. *Бранец В.Н.* Лекции по теории бесплатформенных инерциальных систем управления: учеб. пособие. М.: МФТИ, 2010. 304 с.

Статья поступила 13.03.2013 г.

*Sevast'yanov N.N.* THE CONCEPT OF BUILDING THE SYSTEM OF ORIENTATION AND MOTION CONTROL OF THE YAMAL COMMUNICATION SATELLITE. THE NOMINAL OPERATION SCHEME. The concept of building a system of orientation and motion of the Yamal satellite "Yamal" on the basis of new scientific and technical approaches involving the creation of strapdown inertial navigation systems (SINSs) and digital control machines has been selected. Applying the SINS concept and the onboard digital computer cause the creation of the autonomous diagnostics of equipment management and control systems.

Keywords: systems of orientation, inertial navigation systems, inertial flywheels, quaternions

*Sevastyanov Nikolay Nikolaevich* (Tomsk State University)  
E-mail: [sevastyanov@gascom.ru](mailto:sevastyanov@gascom.ru)